

Đánh thức tài năng
TOÁN HỌC
Unleash The Maths Olympian In You!

TÁC GIẢ: TERRY CHEW

NGƯỜI DỊCH: NGUYỄN THỊ HẠNH DUYÊN

03 9-10 tuổi

NHÀ XUẤT BẢN THÊ GIỚI

LỜI NÓI ĐẦU

“Những bản nhạc khó chơi thường rất tuyệt vời, nhưng nếu chia bản nhạc thành từng phần đơn giản thì dù là những người mới học đàn cũng có thể chơi được.”

Toán học cũng như vậy.”

Giáo sư Sherman K. Stein

Bộ sách *Đánh thức Tài năng Toán học* đã được phổ biến rộng rãi ở nhiều quốc gia bởi những đặc trưng sau:

- Chủ đề đa dạng, liên hệ toán học với các sự kiện hàng ngày;
- Sự đa dạng và phức tạp của các bài toán giúp khơi dậy kỹ năng tư duy và trí tưởng tượng đầy sáng tạo;
- Khuyến khích sử dụng nhiều phương pháp giải toán khác nhau, kích thích lối tư duy đột phá.
- Cung cấp kiến thức giải toán dựa trên những hướng dẫn và trình bày bao quát.

Cuốn sách bao gồm những tài liệu đã được tôi sử dụng trong nhiều năm giảng dạy. Dù các bài toán đều thuộc dạng bài thi Olympic Toán học, song tôi nhận thấy tất cả các học sinh đều thu được nhiều lợi ích khi luyện tập chúng. Trong việc học toán dạng này, việc bổ sung và làm những bài tập nâng cao cùng với tinh thần và niềm say mê còn quan trọng hơn năng lực bẩm sinh.

Rất nhiều học sinh mà tôi hướng dẫn, thậm chí cả cha mẹ các em cũng đều bị thu hút bởi những kiến thức được giới thiệu trong bộ sách này. Hy vọng rằng bạn và con bạn cũng sẽ có niềm say mê như vậy!

Terry Chew

MỤC LỤC

ĐÁNH THỨC TÀI NĂNG TOÁN HỌC - 3

Chương 1:	2
Chapter 1:	3
Chương 2:	26
Chapter 2:	27
Chương 3:	42
Chapter 3:	43
Chương 4:	54
Chapter 4:	55
Chương 5:	68
Chapter 5:	69
Chương 6:	86
Chapter 6:	87
Chương 7:	102
Chapter 7:	103
Chương 8:	120
Chapter 8:	121
Chương 9:	136
Chapter 9:	137
Chương 10:	160
Chapter 10:	161
Chương 11:	188
Chapter 11:	189
Chương 12:	204
Chapter 12:	205

Chương 13:	222
Chapter 13:	223
Chương 14:	242
Chapter 14:	243
Chương 15:	264
Chapter 15:	265
Chương 16:	282
Chapter 16:	283
Chương 17:	302
Chapter 17:	303
Chương 18:	324
Chapter 18:	325
Chương 19:	346
Chapter 19:	347
Chương 20:	370
Chapter 20:	371
Chương 21:	420
Chapter 21:	421
Chương 22:	440
Chapter 22:	441
Chương 23:	460
Chapter 23:	461
Chương 24:	482
Chapter 24:	483
ĐÁP ÁN	506

Đánh thức tài năng TOÁN HỌC

Unleash The Maths Olympian In You!

03 9-10 tuổi

- ✓ Sử dụng phương pháp học toán tiên tiến từ Singapore với phiên bản song ngữ Việt - Anh.
- ✓ Nội dung đi kèm, các chủ đề thực tế, liên hệ với những sự kiện phổ biến hàng ngày.
- ✓ Khuyến khích học sinh phát huy khả năng tư duy và trí tưởng tượng.
- ✓ Giúp học sinh sử dụng nhiều cách để giải quyết một vấn đề, kích thích sáng tạo.



TÌM QUY LUẬT CỦA DÃY SỐ

Trong toán học, có nhiều quy luật khác nhau: một số tương đối dễ hiểu và một số khác phức tạp hơn. Do đó, ta phải suy nghĩ độc đáo và linh hoạt để tìm ra đáp án.

Không kể đến việc thêm hay bớt số hạng của dãy số theo quy luật, việc áp dụng phép nhân, phép chia hay thậm chí sử dụng cả hai kỹ năng số học cũng có thể giúp ích trong việc giải toán.

Trong dãy số Fibonacci, số hạng thứ ba của dãy số theo quy luật bằng tổng của số hạng thứ nhất và số hạng thứ hai; số hạng thứ tư bằng tổng của số hạng thứ hai và thứ ba; số hạng thứ năm bằng tổng của số hạng thứ ba và thứ tư, và cứ tiếp tục như thế. Về bản chất, kể từ sau số hạng đầu tiên hai số, mỗi số hạng là tổng của hai số hạng liền trước nó.

VÍ DỤ



Điền các số còn thiếu trong dãy số sau:

(a) 4, 7, 10, 13, (), —

Phân tích: Hiệu của hai số hạng liền kề nhau trong dãy số trên là 3, nên số hạng tiếp theo phải là: $13 + 3 = 16$.

(b) 2, 6, 12, 20, (), —

Phân tích: Dãy số này thú vị hơn dãy số ở câu (a). Số hạng thứ hai hơn số hạng thứ nhất 4 đơn vị. Sau đó, hiệu của hai số hạng liền kề sẽ tăng thêm 2.

$$\begin{aligned} 2 + 4 &= 6 \\ 6 + 4 + 2 &= 12 \\ 12 + 4 + 2 + 2 &= 20 \end{aligned}$$

Do đó, số hạng tiếp theo là: $20 + 4 + 2 + 2 + 2 = 30$.

(c) 2, 6, 18, (), —

Phân tích: Trong dãy số trên, thật khó tìm được hiệu số giữa bất cứ hai số liền tiếp nào. Hiệu của số hạng thứ nhất và số hạng thứ hai là 4. Hiệu của số hạng thứ hai và số hạng thứ ba là 12. Quan sát hai hiệu này sẽ nhận ra rằng 12 gấp ba lần 4. Do đó, số hạng thứ ba gấp 3 lần số hạng thứ nhất; số hạng thứ ba gấp 3 lần số hạng thứ hai, — và cứ thế.



Looking for a Pattern

In mathematics, there are various patterns: some are relatively straightforward and others are more challenging. We, therefore, have to think outside the box and be flexible in our search for answers.

Besides adding or subtracting the terms in a number pattern, applying multiplication, division or even the use of any two arithmetic skills may help in the solving of the problems.

In **Fibonacci numbers**, the third term in the number pattern is the sum of the first and second terms; the fourth term is the sum of the second and third terms; the fifth term is the sum of the third and fourth terms, and so on. In essence, each term, after the first two terms, is the sum of the two preceding terms.

EXAMPLES



Complete each number pattern.

(a) 4, 7, 10, 13, (), —

Analysis: The difference between any two consecutive terms in the above number pattern is 3, so the next term must be $13 + 3 = 16$.

(b) 2, 6, 12, 20, (), —

Analysis: This is more interesting than the number pattern shown in (a). The second term is 4 more than the first one. Thereafter, the difference between any two consecutive terms increases by 2.

$$\begin{aligned} 2 + 4 &= 6 \\ 6 + 4 + 2 &= 12 \\ 12 + 4 + 2 + 2 &= 20 \end{aligned}$$

The next term is, therefore, $20 + 4 + 2 + 2 + 2 = 30$.

(c) 2, 6, 18, (), —

Analysis: In the above number pattern, it is difficult to make sense of the difference between any two consecutive numbers. The difference between the first and second terms is 4. The difference between the second and third terms is 12. Observing the two differences will reveal that 12 is three times of 4. Hence the second term is three times the first term; the third term is three times the second term and so on.

$$6 \div 2 = 3$$

$$18 \div 6 = 3$$

$$18 \times 3 = 54$$

Số hạng tiếp theo là 54.

(d) 44, 22, 20, 10, 8, (), ()

Phân tích: Dãy số trên sử dụng hai kỹ năng tính toán: phép chia và phép trừ.
Số hạng thứ nhất chia cho 2 và số hạng thứ hai trừ đi 2.

$$44 \div 2 = 22 \qquad 22 - 2 = 20$$

$$20 \div 2 = 10 \qquad 10 - 2 = 8$$

$$8 \div 2 = 4 \qquad 4 - 2 = 2$$

Hai số hạng tiếp theo lần lượt là 4 và 2.

(e) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, (), (), 55, 89, —

Phân tích: Dãy số trên là một ví dụ của dãy Fibonacci.

$$13 + 8 = 21$$

$$21 + 13 = 34$$

Hai số hạng lần lượt là 21 và 34.

$$6 \div 2 = 3$$

$$18 \div 6 = 3$$

$$18 \times 3 = 54$$

The next term is 54.

(d) 44, 22, 20, 10, 8, (), ()

Analysis: The above number pattern uses two arithmetic skills: division and subtraction. The first term is divided by 2 and the second term is subtracted by 2.

$$44 \div 2 = 22 \qquad 22 - 2 = 20$$

$$20 \div 2 = 10 \qquad 10 - 2 = 8$$

$$8 \div 2 = 4 \qquad 4 - 2 = 2$$

The next two terms are 4 and 2 respectively.

(e) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, (), (), 55, 89, —

Analysis: This number pattern is an example of Fibonacci numbers.

$$13 + 8 = 21$$

$$21 + 13 = 34$$

The two terms are 21 and 34 respectively.

LUYỆN TẬP



1 Điền số theo quy luật sau:

(a) 1, 1, 2, 3, 5, (), () —

(b) 1, 1, 1, 1, 4, 7, 13, (), —

(c) 3, 5, 9, 15, 23, 33, 45, (), —

(d) 1, 3, 6, 10, (), 21, 28, 36, —

(e) 0, 3, 8, 15, 24, (), 48, 63, —

(f) 1, 2, 6, 24, 120, (), 5040, —

(g) 0, 1, 3, 8, 21, 55, (), () —

(h) 1, 3, 7, 15, 31, (), 127, —

(i) 1, 1, 3, 7, 13, (), 31, —

(j) 1, 2, 5, 13, 34, 89, (), (), —

2 *À, trò ảo thuật của số 9!*

Quan sát quy luật và điền chữ cái thích hợp vào dấu ngoặc đơn.

$$21 \times 9 = 189$$

$$321 \times 9 = 2889$$

$$4321 \times 9 = 38889$$

$$54321 \times 9 = (\quad)$$

$$654321 \times 9 = (\quad)$$

$$7654321 \times 9 = (\quad)$$

$$87654321 \times 9 = (\quad)$$

$$987654321 \times 9 = (\quad)$$

PRACTICE



1 Complete each number pattern below.

(a) 1, 1, 2, 3, 5, (), () —

(b) 1, 1, 1, 1, 4, 7, 13, (), —

(c) 3, 5, 9, 15, 23, 33, 45, (), —

(d) 1, 3, 6, 10, (), 21, 28, 36, —

(e) 0, 3, 8, 15, 24, (), 48, 63, —

(f) 1, 2, 6, 24, 120, (), 5040, —

(g) 0, 1, 3, 8, 21, 55, (), () —

(h) 1, 3, 7, 15, 31, (), 127, —

(i) 1, 1, 3, 7, 13, (), 31, —

(j) 1, 2, 5, 13, 34, 89, (), (), —

2 *Ah, the magical trick of 9!*

Observe the pattern and write the correct answers in the brackets provided.

$$21 \times 9 = 189$$

$$321 \times 9 = 2889$$

$$4321 \times 9 = 38889$$

$$54321 \times 9 = (\quad)$$

$$654321 \times 9 = (\quad)$$

$$7654321 \times 9 = (\quad)$$

$$87654321 \times 9 = (\quad)$$

$$987654321 \times 9 = (\quad)$$

3 Hoàn thành tam giác Pascal và điền câu trả lời đúng vào dấu ngoặc đơn.

```

1
1   1
1   2   1
1   3   3   1
1   4   6   4   1
1 ( ) ( ) ( ) ( ) 1
1 ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) 1
1 ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) 1
    
```

4 Sự kỳ diệu của phép nhân với 101!
Quan sát quy luật và điền câu trả lời đúng vào dấu ngoặc đơn.

```

101 × 11 = 1111
101 × 22 = 2222
101 × 33 = 3333
101 × 44 = ( )
101 × 55 = ( )
101 × 66 = ( )
101 × 77 = ( )
101 × 88 = ( )
101 × 99 = ( )
    
```

3 Complete the Pascal Triangle and write the correct answers in the brackets provided.

```

1
1   1
1   2   1
1   3   3   1
1   4   6   4   1
1 ( ) ( ) ( ) ( ) 1
1 ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) 1
1 ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) 1
1 ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) 1
    
```

4 The marvel of multiplication of 101!
Observe the pattern and write the correct answers in the brackets provided.

```

101 × 11 = 1111
101 × 22 = 2222
101 × 33 = 3333
101 × 44 = ( )
101 × 55 = ( )
101 × 66 = ( )
101 × 77 = ( )
101 × 88 = ( )
101 × 99 = ( )
    
```

5 Tìm số còn thiếu theo quy luật của dãy số sau:

(a)	<table border="1"><tr><td>30</td><td>40</td></tr><tr><td colspan="2">20</td></tr></table>	30	40	20		<table border="1"><tr><td>24</td><td>28</td></tr><tr><td colspan="2">14</td></tr></table>	24	28	14		<table border="1"><tr><td>25</td><td></td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr></table>	25			
30	40														
20															
24	28														
14															
25															

(b)	<table border="1"><tr><td>14</td><td>11</td></tr><tr><td colspan="2">22</td></tr></table>	14	11	22		<table border="1"><tr><td>12</td><td>10</td></tr><tr><td colspan="2">20</td></tr></table>	12	10	20		<table border="1"><tr><td>20</td><td></td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr></table>	20			
14	11														
22															
12	10														
20															
20															

(c)	<table border="1"><tr><td>18</td><td>15</td></tr><tr><td colspan="2">23</td></tr></table>	18	15	23		<table border="1"><tr><td>14</td><td>11</td></tr><tr><td colspan="2">19</td></tr></table>	14	11	19		<table border="1"><tr><td>17</td><td></td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr></table>	17			
18	15														
23															
14	11														
19															
17															

(d)	<table border="1"><tr><td>8</td><td>48</td></tr><tr><td colspan="2">32</td></tr></table>	8	48	32		<table border="1"><tr><td>9</td><td>54</td></tr><tr><td colspan="2">38</td></tr></table>	9	54	38		<table border="1"><tr><td>7</td><td></td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr></table>	7			
8	48														
32															
9	54														
38															
7															

(e)	<table border="1"><tr><td>3</td><td>12</td></tr><tr><td colspan="2">24</td></tr></table>	3	12	24		<table border="1"><tr><td>8</td><td>32</td></tr><tr><td colspan="2">44</td></tr></table>	8	32	44		<table border="1"><tr><td>20</td><td></td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr></table>	20			
3	12														
24															
8	32														
44															
20															

5 What are the missing numbers in the number patterns below?

(a)	<table border="1"><tr><td>30</td><td>40</td></tr><tr><td colspan="2">20</td></tr></table>	30	40	20		<table border="1"><tr><td>24</td><td>28</td></tr><tr><td colspan="2">14</td></tr></table>	24	28	14		<table border="1"><tr><td>25</td><td></td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr></table>	25			
30	40														
20															
24	28														
14															
25															

(b)	<table border="1"><tr><td>14</td><td>11</td></tr><tr><td colspan="2">22</td></tr></table>	14	11	22		<table border="1"><tr><td>12</td><td>10</td></tr><tr><td colspan="2">20</td></tr></table>	12	10	20		<table border="1"><tr><td>20</td><td></td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr></table>	20			
14	11														
22															
12	10														
20															
20															

(c)	<table border="1"><tr><td>18</td><td>15</td></tr><tr><td colspan="2">23</td></tr></table>	18	15	23		<table border="1"><tr><td>14</td><td>11</td></tr><tr><td colspan="2">19</td></tr></table>	14	11	19		<table border="1"><tr><td>17</td><td></td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr></table>	17			
18	15														
23															
14	11														
19															
17															

(d)	<table border="1"><tr><td>8</td><td>48</td></tr><tr><td colspan="2">32</td></tr></table>	8	48	32		<table border="1"><tr><td>9</td><td>54</td></tr><tr><td colspan="2">38</td></tr></table>	9	54	38		<table border="1"><tr><td>7</td><td></td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr></table>	7			
8	48														
32															
9	54														
38															
7															

(e)	<table border="1"><tr><td>3</td><td>12</td></tr><tr><td colspan="2">24</td></tr></table>	3	12	24		<table border="1"><tr><td>8</td><td>32</td></tr><tr><td colspan="2">44</td></tr></table>	8	32	44		<table border="1"><tr><td>20</td><td></td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr></table>	20			
3	12														
24															
8	32														
44															
20															

- 6 Điền vào chỗ trống các chữ số từ 1 đến 9. Mỗi chữ số chỉ được sử dụng một lần. Số ở phía bên trái mỗi tên cộng thêm 12 sẽ được số ở phía bên phải.

$$1 \square \rightarrow \square 0 \quad 2 \square \rightarrow 41$$

$$\square \rightarrow 1 \square \quad \square \square \rightarrow 24 \quad \square 4 \rightarrow 5 \square$$

- 7 Điền vào chỗ trống các chữ số từ 1 đến 9. Mỗi chữ số chỉ được sử dụng một lần. Số ở phía bên trái mỗi tên nhân với 4 rồi cộng thêm 5 sẽ được số ở phía bên phải.

$$\square \rightarrow 3 \square \quad 1 \square \rightarrow 6 \square$$

$$5 \rightarrow 2 \square \quad \square \square \rightarrow 97 \quad 1 \square \rightarrow 6 \square$$

- 8 Điền vào chỗ trống các chữ số từ 1 đến 9. Mỗi số chỉ được sử dụng một lần. Số ở phía bên trái mỗi tên chia cho 2 rồi trừ đi 1 sẽ được số ở phía bên phải.

$$\square \rightarrow \square \quad \square \square \rightarrow \square$$

$$30 \rightarrow 1 \square \quad 4 \square \rightarrow 22 \quad \square 6 \rightarrow 4 \square$$

- 9 Điền vào chỗ trống các chữ số từ 1 đến 9. Mỗi số chỉ được sử dụng một lần. Số ở phía bên trái mỗi tên nhân với 2 rồi cộng thêm 3 sẽ được số ở phía bên phải.

$$1 \square \rightarrow 3 \square \quad 1 \square \rightarrow 31 \quad \square 5 \rightarrow \square 3$$

$$\square 7 \rightarrow 5 \square \quad 1 \square \rightarrow 3 \square$$

- 6 Fill in each blank with digits from 1 to 9. Each digit may be used only once. The number on the left-hand-side of the arrow is added to 12 to reach the number on the right-hand-side.

$$1 \square \rightarrow \square 0 \quad 2 \square \rightarrow 41$$

$$\square \rightarrow 1 \square \quad \square \square \rightarrow 24 \quad \square 4 \rightarrow 5 \square$$

- 7 Fill in each blank with digits from 1 to 9. Each digit may be used only once. The number on the left-hand-side of the arrow is multiplied by 4 before adding 5 to reach the number on the right-hand-side.

$$\square \rightarrow 3 \square \quad 1 \square \rightarrow 6 \square$$

$$5 \rightarrow 2 \square \quad \square \rightarrow 97 \quad 1 \square \rightarrow 6 \square$$

- 8 Fill in each blank with digits from 1 to 9. Each digit may be used only once. The number on the left-hand-side of the arrow is divided by 2 before subtracting 1 from it to reach the number on the right-hand-side.

$$\square \rightarrow \square \quad \square \square \rightarrow \square$$

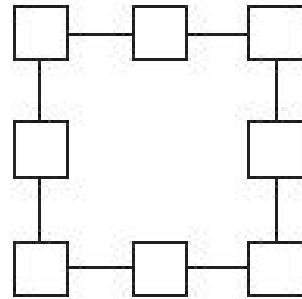
$$30 \rightarrow 1 \square \quad 4 \square \rightarrow 22 \quad \square 6 \rightarrow 4 \square$$

- 9 Fill in each blank with digits from 1 to 9. Each digit may be used only once. The number on the left-hand-side of the arrow is multiplied by 2 before adding 3 to reach the number on the right-hand-side.

$$1 \square \rightarrow 3 \square \quad 1 \square \rightarrow 31 \quad \square 5 \rightarrow \square 3$$

$$\square 7 \rightarrow 5 \square \quad 1 \square \rightarrow 3 \square$$

- 10 Em có thể đặt 32 quả bóng vào những chiếc hộp sau sao cho tổng số bóng ở mỗi hàng bằng nhau được không?



- 11 Tìm số hạng thứ tám của dãy số

3, 5, 9, 15, 23, 33, 45, (), —

- 12 Tìm số hạng thứ tám của dãy số.

1, 4, 11, 29, 76, 199, 521, (), —

- 13 Tìm số hạng thứ sáu của dãy số.

1, 4, 9, 16, 25, (), 49, 64, —

- 14 Tìm số hạng thứ bảy và thứ tám của dãy.

1, 2, 4, 7, 11, 16, (), (), —

- 15 Tìm số hạng thứ bảy và thứ tám của dãy.

2, 4, 8, 14, 22, 32, (), (), —

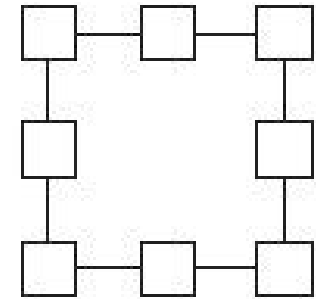
- 16 Tìm số hạng thứ sáu, thứ bảy và thứ tám của dãy.

3, 4, 9, 10, 15, (), (), (), —

- 17 Tìm số hạng thứ bảy và thứ tám của dãy.

1, 3, 6, 8, 16, 18, (), (), 76, 78, —

- 10 Can you put 32 balls in the boxes below so that there are equal number of balls in every line?



- 11 Find the 8th term of the sequence.

3, 5, 9, 15, 23, 33, 45, (), —

- 12 Find the 8th term of the sequence.

1, 4, 11, 29, 76, 199, 521, (), —

- 13 Find the sixth term of the sequence.

1, 4, 9, 16, 25, (), 49, 64, —

- 14 Find the seventh and eighth terms of the sequence.

1, 2, 4, 7, 11, 16, (), (), —

- 15 Find the seventh and eighth terms of the sequence.

2, 4, 8, 14, 22, 32, (), (), —

- 16 Find the sixth, seventh and eighth terms of the sequence.

3, 4, 9, 10, 15, (), (), (), —

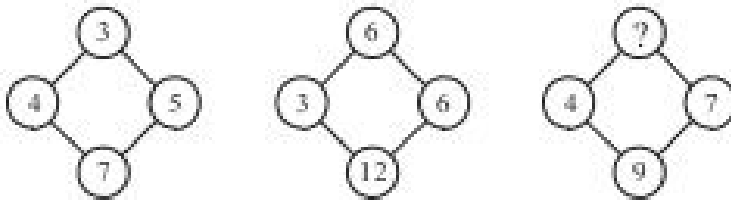
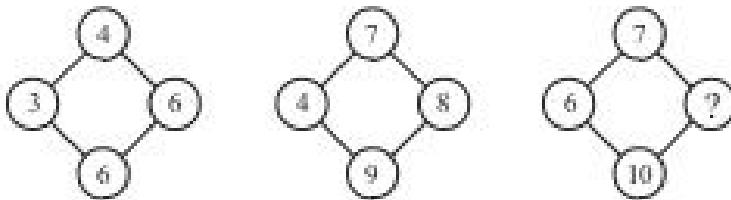
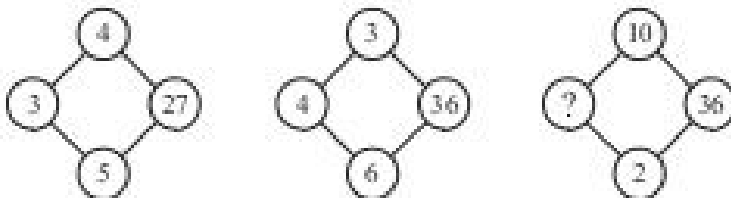
- 17 Find the seventh and eighth terms of the sequence.

1, 3, 6, 8, 16, 18, (), (), 76, 78, —

18. Dãy số nào sau đây khác biệt với các dãy còn lại?

- (a) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, —
 (b) 0, 2, 2, 4, 6, 10, 16, —
 (c) 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, —
 (d) 1, 2, 3, 6, 11, 20, 37, —

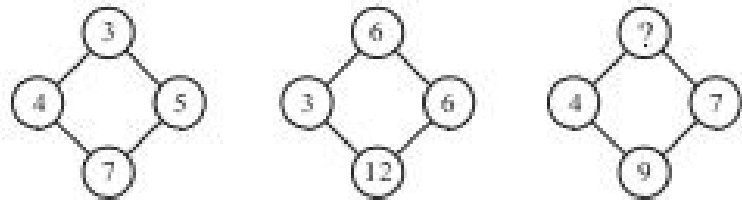
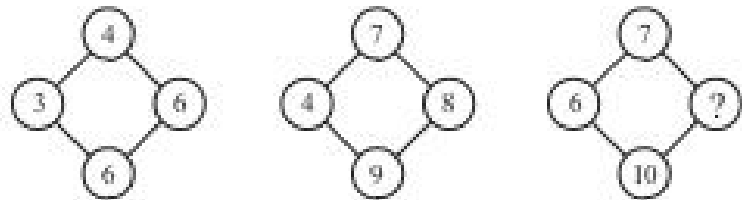
19. Điền số còn thiếu theo quy luật của dãy số sau:

- (a) 
- (b) 
- (c) 

18. Which of the following sequences is different from the rest?

- (a) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, —
 (b) 0, 2, 2, 4, 6, 10, 16, —
 (c) 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, —
 (d) 1, 2, 3, 6, 11, 20, 37, —

19. Find the missing number in each number pattern.

- (a) 
- (b) 
- (c) 