

MỤC LỤC

BÀI 1:

CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN 1

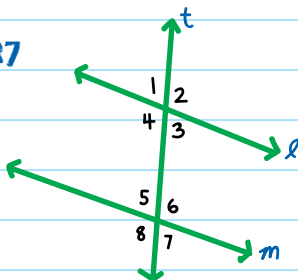
1. Điểm, đường thẳng và mặt phẳng 2
2. Góc 17
3. Cặp góc 27
4. Dạng hình 41
5. Logic và suy luận toán học 53
6. Các phép chứng minh trong hình học 69



BÀI 2:

ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG 87

7. Đường thẳng song song và cát tuyến 88
8. Chứng minh các cặp góc đặc biệt 99
9. Chứng minh các đường thẳng song song 109



BÀI 3:

TAM GIÁC VÀ TAM GIÁC BẰNG NHAU 119

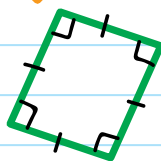
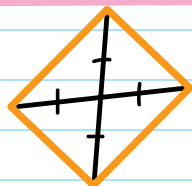
10. Các loại tam giác trong hình học 120
11. Góc trong và góc ngoài của tam giác 129
12. Trường hợp bằng nhau Cạnh - Cạnh - Cạnh và Cạnh - Góc - Cạnh 139
13. Trường hợp bằng nhau Góc - Cạnh - Góc và Góc - Góc - Cạnh 153
14. Các đường trong tam giác 163
15. Bất đẳng thức tam giác 177



BÀI 4:

TỨ GIÁC VÀ ĐA GIÁC 185

16. Hình bình hành 186
17. Hình thoi, hình chữ nhật và hình vuông 197
18. Hình thang và hình điều 209
19. Số đo của góc trong đa giác 219

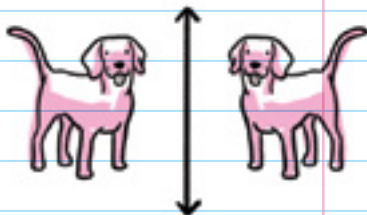


BÀI 5:

CÁC PHÉP BIẾN HÌNH 229

- 20. Phép đối xứng trục 230
- 21. Phép tịnh tiến 243
- 22. Phép quay 251
- 23. Tích các phép biến hình 265
- 24. Hình bằng nhau 279

PHÉP ĐỐI XỨNG TRỤC



BÀI 6:

ĐỒNG DẠNG 285

- 25. Tỷ số và tỷ lệ thức 286
- 26. Phép đồng dạng 295
- 27. Hình đồng dạng 310
- 28. Tam giác đồng dạng 319
- 29. Tỷ lệ thức trong tam giác 329



BÀI 7:

TAM GIÁC VUÔNG VÀ LƯỢNG GIÁC 339

30. Hệ số góc và biểu thức tuyến tính 340

31. Định lý Pytago 355

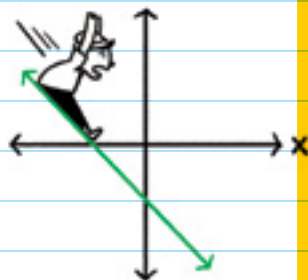
32. Các công thức về trung điểm
và khoảng cách 363

33. Chứng minh tam giác bằng
phương pháp tọa độ 373

34. Chứng minh tứ giác bằng
phương pháp tọa độ 386

35. Tỷ số lượng giác 400

36. Công thức lượng giác 409



BÀI 8:

ĐƯỜNG TRÒN 417

37. Kiến thức cơ bản về đường tròn 418

38. Góc ở tâm và cung tròn 430

39. Radian 442

40. Cung và dây cung 447

41. Góc nội tiếp 455

42. Tiếp tuyến 463

43. Cát tuyến 471

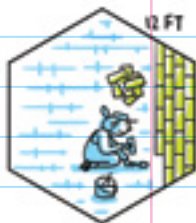
44. Công thức tính độ dài đường tròn, cung tròn 477



BÀI 9:

DIỆN TÍCH 489

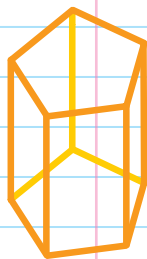
- 45. Diện tích hình bình hành và tam giác 490
- 46. Diện tích của các hình đa giác khác 499
- 47. Diện tích của hình tròn và hình quạt 511
- 48. Diện tích của hình tổng hợp 519



BÀI 10:

DIỆN TÍCH XUNG QUANH, DIỆN TÍCH TOÀN PHẦN VÀ THỂ TÍCH 531

- 49. Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình lăng trụ và hình trụ 532
- 50. Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình chóp và hình nón 545
- 51. Thể tích của hình lăng trụ và hình trụ 557
- 52. Thể tích của hình chóp và hình nón 569
- 53. Diện tích mặt cầu và thể tích hình cầu 579
- 54. Thể tích của hình tổng hợp 589
- 55. Khối tròn xoay 599



TUYỆT HẢO!
CHÚNG TA BẮT
ĐẦU THỜI NÀO!

Chương 1

ĐIỂM, ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

Hình học là một phân nhánh của toán học nghiên cứu về hình dạng, đường thẳng, góc, khoảng cách và mối quan hệ giữa chúng. Một ví dụ về hình học là phép tính các góc của một tứ giác

Đây là một số khái niệm chính và các tên gọi cơ bản thường dùng trong hình học:

TÊN GỌI VÀ ĐỊNH NGHĨA

ĐIỂM: chỉ ra một vị trí

ĐƯỜNG THẲNG: một con đường thẳng kéo dài mãi về cả hai phía

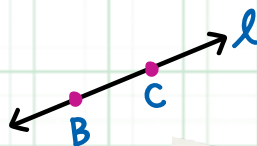
KÝ HIỆU

Tên của điểm.
Ví dụ: **A**

Một mũi tên hai đầu nằm ngang phía trên hai điểm nằm trên đường thẳng.
 $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{CB}$, hoặc **l**

VÍ DỤ

A



TÊN GỌI VÀ ĐỊNH NGHĨA

KÝ HIỆU

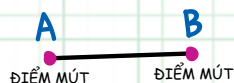
VÍ DỤ

ĐOẠN THẲNG: một phần của đường thẳng bị giới hạn bởi hai đầu mút

Một thanh nằm ngang phía trên hai điểm mút.

$\overline{AB}$ hoặc $\overline{BA}$

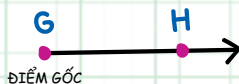
Độ dài: AB



TIA: một phần của đường thẳng xuất phát từ một điểm và kéo dài mãi về một phía

Một mũi tên nằm ngang chỉ về một phía.

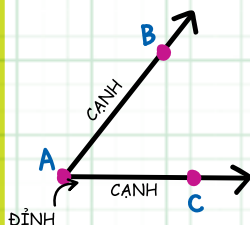
$\overrightarrow{GH}$



ĐỈNH: giao điểm của hai hay nhiều đoạn thẳng, tia hay đường thẳng

Tên của góc tạo nên đỉnh.

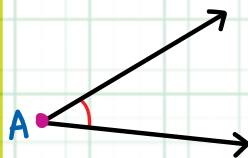
A



GÓC: phần nằm giữa hai tia có chung một điểm gốc (đỉnh)

$\angle A$, $\angle BAC$,

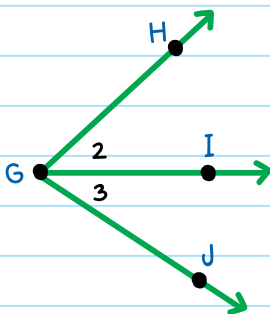
hoặc $\angle CAB$



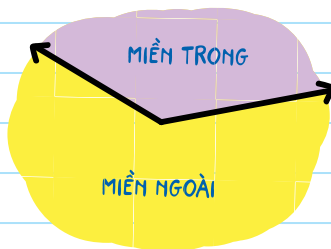
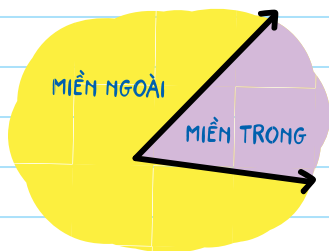
Nếu từ hai góc trở lên có chung điểm gốc, ta không thể gọi tên các góc bằng đỉnh.

Hình vẽ ở bên biểu diễn ba góc:

$\angle HGJ$, $\angle 2$, và $\angle 3$. Mỗi góc đều có đỉnh là G . Do vậy ta KHÔNG sử dụng $\angle G$ để gọi tên bất kỳ góc nào bởi vì gọi như vậy sẽ không chỉ rõ được góc mà ta đang muốn nhắc tới.



Khoảng không quanh một góc có thể chia thành **miền trong** và **miền ngoài**.



SỐ ĐO CỦA GÓC

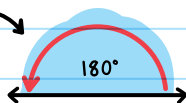
SỐ ĐO của $\angle A$ (độ lớn của góc) được ký hiệu là $m\angle A$.

Ta sử dụng đơn vị **ĐỘ** ($^\circ$) để đo độ lớn của một góc.

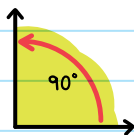
Toàn bộ một vòng tròn có độ lớn 360° .

Các góc cơ bản:

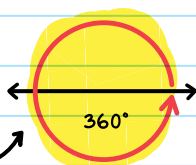
Góc 180° là góc quay một nửa đường tròn. Hai cạnh của góc tạo thành một đường thẳng.



Góc 90° là góc quay một phần tư đường tròn. Góc này còn được gọi là góc vuông.



Góc 360° là góc quay toàn bộ đường tròn.



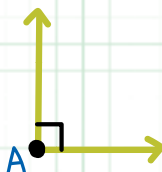
CÁC LOẠI GÓC

GÓC

ĐỊNH NGHĨA VÀ VÍ DỤ

GÓC VUÔNG

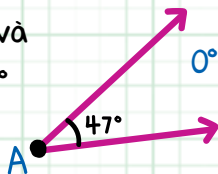
Số đo bằng đúng 90°



$$m\angle A = 90^\circ$$

GÓC NHỎ

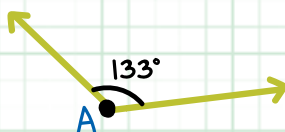
Số đo lớn hơn 0° và nhỏ hơn 90°



$$0^\circ < m\angle A < 90^\circ$$

GÓC TÙ

Số đo lớn hơn 90° và nhỏ hơn 180°



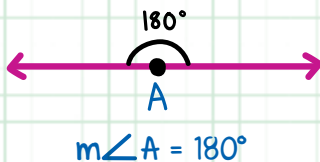
$$90^\circ < m\angle A < 180^\circ$$

GÓC

ĐỊNH NGHĨA VÀ VÍ DỤ

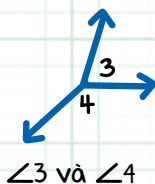
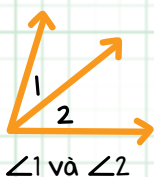
GÓC BỆT

Số đo bằng đúng 180°

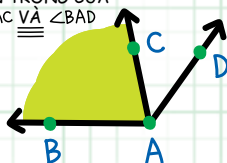


GÓC KỀ

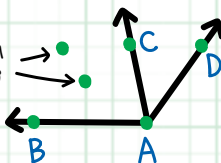
Các góc nằm trên cùng một mặt phẳng, có chung đỉnh, có một cạnh chung và không có chung điểm nào ở miền trong.



MIỀN TRONG CỦA $\angle BAC$ VÀ $\angle BAD$



CÁC ĐIỂM CHUNG Ở MIỀN TRONG



GÓC KHÔNG KỀ

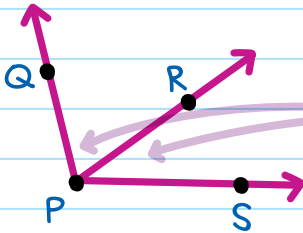
Các góc không có chung đỉnh hoặc không có cạnh chung.

$\angle 5$ và $\angle 6$ không có chung đỉnh, cũng không có cạnh chung



TIỀN ĐỀ CỘNG GÓC

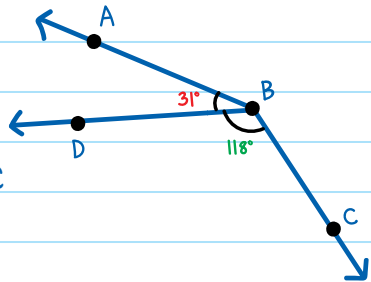
Nếu điểm R thuộc miền trong của góc $\angle QPS$,
thì $m\angle QPR + m\angle RPS = m\angle QPS$.



Cộng số đo của các
góc thành phần lại
ta được số đo của
góc lớn.

VÍ DỤ: Tìm $m\angle ABC$.

$$m\angle ABD + m\angle DBC = m\angle ABC$$



$$31^\circ + 118^\circ = m\angle ABC$$

$$m\angle ABC = 149^\circ$$

Thay thế.

Thực hiện phép cộng.

TÍNH CHẤT CỦA ĐẲNG THỨC VÀ QUAN HỆ BẰNG NHAU

TÍNH CHẤT

ĐỊNH NGHĨA

VÍ DỤ

TÍNH CHẤT CỘNG - TRỪ ĐẲNG THỨC

Khi cộng/trừ cả hai vế đẳng thức với/cho cùng một số ta được phương trình tương đương.

Nếu $a = b$, thì
 $a + c = b + c$.
 $a - c = b - c$.

TÍNH CHẤT NHÂN ĐẲNG THỨC

Khi nhân cả hai vế đẳng thức với cùng một số ta được phương trình tương đương.

Nếu $a = b$, thì
 $a \times c = b \times c$.

TÍNH CHẤT CHIA ĐẲNG THỨC

Khi chia cả hai vế đẳng thức với cùng một số khác không ta được phương trình tương đương.

Nếu $a = b$,
 thì $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$
 ($c \neq 0$).

TÍNH CHẤT PHẢN XẠ CỦA ĐẲNG THỨC - QUAN HỆ BẰNG NHAU

Một số bất kỳ luôn bằng chính nó.

$a = a$
 $\overline{AB} \cong \overline{AB}$

TÍNH CHẤT

ĐỊNH NGHĨA

VÍ DỤ

TÍNH CHẤT ĐỐI XỨNG CỦA ĐẲNG THỨC

TÍNH CHẤT ĐỐI XỨNG CỦA QUAN HỆ BẰNG NHAU

Ta có thể hoán đổi vị trí hai vế đẳng thức vẫn thu được đẳng thức tương đương.

Nếu $a = b$, thì $b = a$.

Nếu $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, thì $\overline{CD} \cong \overline{AB}$.

TÍNH CHẤT BẮC CẦU CỦA ĐẲNG THỨC

TÍNH CHẤT BẮC CẦU CỦA QUAN HỆ BẰNG NHAU

Nếu hai số cùng bằng một số thứ ba thì chúng bằng nhau.

Nếu $a = b$ và $b = c$, thì $a = c$.

Nếu $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ và $\overline{CD} \cong \overline{EF}$, thì $\overline{AB} \cong \overline{EF}$.

TÍNH CHẤT THAY THẾ CỦA ĐẲNG THỨC

Nếu hai số bằng nhau thì ta có thể thay thế số này bằng số kia trong các biểu thức.

Nếu $a = b$, thì ta có thể thay b vào vị trí của a trong biểu thức bất kỳ.

TÍNH CHẤT PHÂN PHỐI

Nhân số ở ngoài dấu ngoặc với mỗi hạng tử trong dấu ngoặc ta được biểu thức có giá trị không đổi.

$$a(b + c) = ab + ac$$

LỜI GIẢI



1. Tính chất chia của đẳng thức (hoặc tính chất nhân của đẳng thức)
2. Tính chất phản xạ của đẳng thức
3. Tính chất thay thế của đẳng thức (hoặc tính chất bắc cầu của đẳng thức)
4. Tính chất bắc cầu của quan hệ bằng nhau
5. Tính chất đối xứng của quan hệ bằng nhau

6.

MỆNH ĐỀ

GIẢI THÍCH

1. $m\angle BAD = 97^\circ, m\angle CAD = 32^\circ$

2. $m\angle BAC + m\angle CAD = m\angle BAD$

3. $m\angle BAC + 32^\circ = 97^\circ$

4. $m\angle BAC = 65^\circ$

1. Giả thiết đã cho

2. Tiên đề cộng góc

3. Tính chất thay thế của đẳng thức

4. Tính chất trừ của đẳng thức

LỜI GIẢI



$$m\angle GFI = m\angle HFJ$$

Giả thiết đã cho

$$m\angle GFI = m\angle GFH + m\angle HFI$$

Tiên đề cộng góc

$$m\angle HFJ = m\angle HFI + m\angle IFJ$$

Tiên đề cộng góc

$$m\angle GFH + m\angle HFI = m\angle HFI + m\angle IFJ$$

Thay thế

$$m\angle HFI = m\angle HFI$$

Tính chất phản xạ

$$m\angle GFH = m\angle IFJ$$

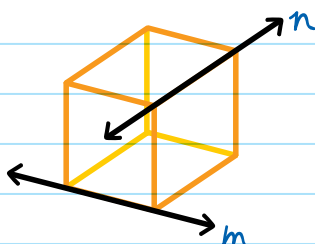
Tính chất trừ của đẳng thức

8. Ta đã biết ℓ chia đôi $\overline{SU}$. Theo tiên đề cộng đoạn thẳng ta có: $ST + TU = SU$. Theo định nghĩa **chia đôi đoạn thẳng** ta có $\overline{ST} \cong \overline{TU}$. Các đoạn thẳng bằng nhau có độ dài bằng nhau, vậy $ST = TU$. Thay thế biểu thức này vào $ST + TU = SU$ ta được $ST = \frac{1}{2} SU$.

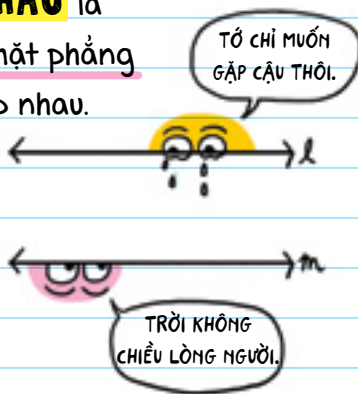
9. Vì $\angle 1$ và $\angle 2$ là các góc đối đỉnh nên $\angle 1 \cong \angle 2$. Giả thiết đã cho $\angle 2 \cong \angle 3$. Theo **tính chất bắc cầu của quan hệ bằng nhau** ta có $\angle 1 \cong \angle 3$. Các góc bằng nhau có số đo bằng nhau nên $m\angle 1 = m\angle 3$.

$\parallel$ là ký hiệu "song song với"
 $\nparallel$ là ký hiệu "không song song với"

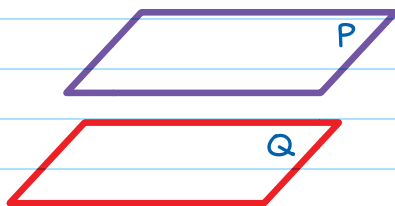
Hai **ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU** là
hai đường thẳng nằm trên hai mặt phẳng
khác nhau và không bao giờ gặp nhau.



n và m là hai đường thẳng chéo nhau



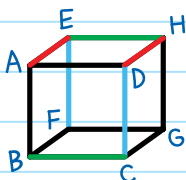
Hai **MẶT PHẲNG SONG SONG** là hai mặt
phẳng không bao giờ cắt
nhau.



Mặt phẳng $P \parallel$ Mặt phẳng Q

Hai đoạn thẳng hay tia được gọi là song song nếu các
đường thẳng chứa chúng song song với nhau, và hai
đường thẳng hay tia được gọi là chéo nhau nếu các
đường thẳng chứa chúng chéo nhau.

VÍ DỤ:

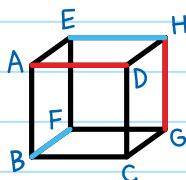


Đoạn thẳng song song

$$\overline{AE} \parallel \overline{DH}$$

$$\overline{EF} \parallel \overline{DC}$$

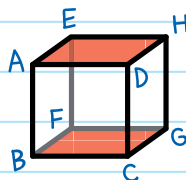
$$\overline{BC} \parallel \overline{EH}$$



Đoạn thẳng chéo nhau

$$\overline{AD} \text{ và } \overline{HG}$$

$$\overline{BF} \text{ và } \overline{EH}$$



Mặt phẳng song song

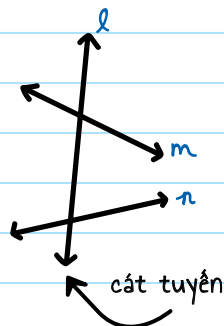
Mặt phẳng $AEH \parallel$

Mặt phẳng BCG

CẮT TUYẾN

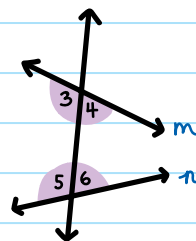
CẮT TUYẾN là một đường thẳng cắt hai hay nhiều đường thẳng khác.

Các góc tạo bởi một cắt tuyến và hai đường thẳng mà nó cắt qua đều có tên gọi đặc biệt.



GÓC TRONG là tất cả các góc nằm giữa hai đường thẳng cắt bởi cắt tuyến.

Các góc trong:
 $\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$



GÓC NGOÀI là tất cả các góc không nằm giữa hai đường thẳng cắt bởi cắt tuyến.

Các góc ngoài:
 $\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$

