

NHỮNG CÂU HỎI LỚN

Toán học Tony Crilly

Dương San dịch | Trần Đức Anh hiệu đính

Biên tập viên bộ sách

Simon Blackburn



MỤC LỤC

Lời mở đầu	6
Toán học phục vụ mục đích gì?	9
Những con số đến từ đâu?	22
Tại sao số nguyên tố là nguyên tử của toán học?	37
Số nào kỳ lạ nhất?	51
Số ảo có thực sự ảo?	65
Vô hạn lớn đến đâu?	78
Hai đường thẳng song song gặp nhau ở đâu?	92
Toán học của vũ trụ là gì?	108
Thống kê có phải là đối trá không?	123
Toán học có thể đảm bảo sự giàu có?	138
Có phải mọi thứ đều có công thức?	151

Tại sao ba chiều là chưa đủ?	166
Đôi cánh bướm có thể gây ra một cơn lốc xoáy?	182
Chúng ta có thể tạo ra một mã không thể bẻ gãy?	196
Toán học có đẹp không?	209
Toán học có dự đoán được tương lai?.....	224
Vũ trụ có hình gì?	239
Đối xứng là gì?.....	254
Có phải toán học luôn đúng?	269
Còn gì để giải quyết nữa không?.....	283
Bảng chú giải	297
Chỉ mục	308

Lời mở đầu

Toán học là điều chúng ta nên biết. Không chỉ là một môn học ở trường (vốn không mấy hấp dẫn), toán học này còn mang đến cho ta khá nhiều kiến thức. Ngoài vai trò là cộng sự thầm lặng của khoa học, toán học còn kết nối với nghệ thuật. Toán học là một phần di sản của nhân loại, tồn tại và liên tục phát triển vượt ra khỏi địa hạt chuyên môn. Cuốn sách này sẽ thổi hồn vào toán học.

Những câu hỏi lớn trong toán học rất đa dạng. Một số được khởi xướng từ những thay đổi chấn động công nghệ hiện đại, trong khi số khác bắt nguồn từ thời cổ đại và tiếp tục vang dội tới tận ngày nay. Một số câu hỏi đã có lời giải và được thay thế bằng những câu hỏi mới nhưng số khác vẫn im lìm sau hàng thế kỷ. Những vấn đề tiệm cận triết học dường như không thể nào giải quyết được nhưng những câu hỏi để lại còn vô cùng hấp dẫn.

Đó chính là cách toán học vận hành. Một thực tế kỳ lạ là toán học tiến triển khá chậm. Trong khi trường lớp ưu tiên tính nhanh hay các vấn đề tiểu tiết đánh đố thì nghiên cứu toán học lại không đem lại lợi thế tức thì. Toán học có tiến triển, đó là điều không thể phủ nhận, song tiến trình của nó không khác gì dòng dung nham chảy từ từ nhưng ổn định, chứ không bùng phát như khoảnh khắc “Eureka” của một thiên tài.

Toán học có bản chất riêng biệt tách nó khỏi khoa học. Khi một lý thuyết khoa học mất tín nhiệm – chẳng hạn như thuyết “yếu tố cháy” (phlogiston) từng rất phổ biến giải thích tại sao mọi vật lại cháy, hay thuyết “Ête truyền ánh sáng” (luminiferous aether) để giải thích sự truyền ánh sáng – nó sẽ bị xóa bỏ. Những lý thuyết đó chỉ còn là quá khứ và nằm lại trong sách lịch sử khoa học phục vụ người hoài cổ. Còn trong toán học, câu chuyện lại khác. Một khi kết quả đã được công nhận thì không thể chứng minh là sai nữa, nó sẽ trở thành định lý – thực tế toán học đã được chứng minh – và trường tồn mãi mãi. Vì vậy định lý Pythagoras về tam giác vuông sẽ mãi đúng.

Các nhà toán học ngày nay có thể không thực hiện được những nghiên cứu như Euclid đã làm từ 300 năm trước Công nguyên. Tuy nhiên những nghiên cứu này vẫn có thể truyền cảm hứng, và những phương thức tư duy mới có thể được khám phá ra từ các tác phẩm nền tảng. Chúng ta vẫn có thể đọc lý thuyết phương trình của Diophantus, nhà toán học Hy Lạp vĩ đại để biết rằng cho tới nay vẫn còn nhiều phương trình toán học chưa được giải.

Điều này không có nghĩa là thời gian không ảnh hưởng tới các lý thuyết và định lý toán học. Chúng thường xuyên được sửa đổi, tinh chỉnh và đưa vào ứng dụng theo cách mới. Xu hướng trong toán học là tổng

quát hóa các kết quả; số phận cuối cùng của chúng không nằm ở thùng rác mà sẽ để ghi chú cho một lý thuyết tổng quát hơn.

Chúng ta đang sống trong một thời đại toán học sôi động. Nhiều câu hỏi mới gắn liền với kỹ nguyên máy tính. Không phải bởi máy tính cộng các cột số hiệu quả hơn, mà còn bởi chúng thách thức các khái niệm chứng minh toán học và đặt ra câu hỏi về bản chất của toán học. Máy tính cũng có thể xử lý đại số và chỉ ra các hình dạng cùng mặt cong hình học rất tốt.

Những câu hỏi lớn tập trung vào những vấn đề lớn và giải quyết các câu hỏi cơ bản cần được trả lời. Toán học đến từ đâu, đã đi đâu và sẽ tới đâu là những điều có trong tập sách này. Các câu hỏi sẽ được trả lời bằng cách này hay cách khác. *Những câu hỏi lớn* làm dấy lên các vấn đề kích thích nhà toán học, đồng thời cho chúng ta biết cách mà toán học truyền tin về thế giới mà chúng ta đang sống. Và hơn hết, chúng làm sáng rõ một điều rằng toán học là một chủ thể sống động và giàu sinh khí.

TOÁN HỌC PHỤC VỤ MỤC ĐÍCH GÌ?

Giới thiệu về mục đích và triển vọng

Toán học ở thế kỷ 21 là một môn học rộng lớn và đặc trưng. Nó bao quát phạm vi rộng lớn tới mức khó lòng hệ thống hóa các biểu hiện thành một chủ đề duy nhất. Tại một đầu, toán học định nghĩa các yếu tố về đo đếm, thời gian và tiền bạc trong cuộc sống hằng ngày. Tại đầu kia, toán học như là một cõi bị phong ấn mà ở đó các bộ óc ẩn dật sáng tạo ra các câu đố hiểm hóc và rồi lại bỏ ra nhiều năm ròng để giải đáp. Các chính khách luôn nói chúng ta cần thêm các nhà toán học. Vậy thì, toán học phục vụ mục đích gì và quan trọng ra sao với thế giới?

Toán học hiện đại được gieo mầm từ nền văn minh các con số khoảng năm 3000 trước Công nguyên. Không có gì ngạc nhiên khi khởi đầu toán học dùng để giải quyết các nhu cầu thực tế. Từ buôn bán, tính tiền thuế, đo đất đai, hiểu về các vì sao và hành tinh, làm lịch... đều cần đến các con số, tính toán và một vài phép hình học thô sơ. Một nghìn năm sau, người Ai Cập bắt đầu nghiên cứu thuộc tính của hệ thống số, bắt luận tính ứng dụng ra sao. Họ cũng bắt đầu

nghĩ ra các câu đố toán học nhằm khơi gợi trí tò mò và mang lại niềm vui trí tuệ, giống như khi ta giải được trang Sudoku trên báo. Toán học đã bắt đầu nhìn vào chính nó. Lúc này các nhà toán học mới được sinh ra.

Ở thời kỳ toán học phát triển rực rỡ nhất, người Hy Lạp cổ đại đã đạt được những bước tiến khổng lồ (khoảng năm 500 trước Công nguyên). Những công trình toán học của họ vẫn ảnh hưởng sâu sắc qua các thời đại và vẫn tiếp tục được nghiên cứu. Toán học đã đạt đến giá trị cao nhất và kết tinh thành một phần của giáo dục cổ điển. Pythagoras, Plato, Archimedes, Euclid chỉ là một trong số các triết gia Hy Lạp, những người đã ủng hộ toán học và tạo ra sức ảnh hưởng đến hàng trăm, thậm chí hàng nghìn năm sau đó.

Trong những thế kỷ đầu tiên của Công nguyên, mọi chuyện đã thay đổi, người giỏi toán hầu như bị gạt ra rìa. Khoảng năm 400, thánh Augustine xứ Hippo đã cảnh báo “các con chiên ngoan đạo nên dè chừng các nhà toán học và đừng tiên tri sáo rỗng” đồng thời kết tội những nhà toán học đã ký “giao ước với quỷ để làm tối tăm tinh thần và giam giữ loài người dưới địa ngục”. Thời đó, hoạt động của các nhà toán học bị coi là tà thuật giống như chiêm tinh, và mỗi nghi ngờ về mục đích bất chính hoặc dị giáo đã treo lơ lửng trên đầu các nhà toán học suốt một thời gian dài.

Vào thế kỷ thứ 16, triết gia Francis Bacon từng than thở về chuyện “sử dụng hoàn hảo toán học thuần túy” chưa đúng, nhưng ngành toán vẫn lóe lên một tia sáng khi Galileo tiếp nhận vị trí giáo sư toán học tại Đại học Padua. Cuộc đối đầu của Galileo với Giáo hội Ki-tô giáo đã cho thấy việc chấp nhận toán học và các hệ quả của nó đối với vật lý và thiên văn học vẫn rất khó khăn. Nhưng tới cuối thế kỷ 17, một cuộc cách mạng khoa học và toán học đã nổ ra, khi Isaac Newton và những nhà khoa học đương thời, đã thay đổi vĩnh viễn cán cân quyền lực. Tuy những người theo trường phái Lãng mạn cuối thế kỷ 18 và đầu thế kỷ 19 có thể làm suy yếu những quan niệm mới mẻ ấy về vũ trụ hay con người và William Blake có thể cười nhạo Newton, nhưng tương lai toán học trở thành một ngôn ngữ khoa học vẫn không suy suyển. Sang thế kỷ thứ 19, toán học xuất hiện tại khắp các trường đại học, cũng như một làn sóng công việc mới và đầy thử thách. Toán học đã bám rễ như vậy.

Ứng dụng và thuần túy

Có một cuộc tranh luận phổ biến về toán học, rằng liệu nhu cầu thực tiễn dẫn đến các phát minh toán học, hay các phát minh toán học đã tạo ra cơ hội cho ứng dụng. Trong lịch sử, các nhu cầu thực tiễn đã thúc đẩy toán học, nhưng một khi sức sống nội tại được

hình thành thi toán học “thuần túy” sẽ làm nảy sinh các ứng dụng mới. Toán học có giá trị hiếm khi tách rời ứng dụng tiềm năng, nhưng người ta không bao giờ biết được khoảnh khắc mà ứng dụng đó xuất hiện. Một hiểu biết sâu sắc có thể được công bố vào tuần sau hoặc ngủ yên suốt 50 hay 500 năm.

Lịch sử rải rác các ví dụ về lý thuyết toán học thuần túy kết nối với ứng dụng. Người Hy Lạp cổ đại xây dựng lý thuyết về các tiết diện conic và điều này là cơ sở để J.Kepler và Isaac Newton khẳng định rằng các hành tinh di chuyển trong quỹ đạo hình elip vào thế kỷ 17. “Đại số ma trận”, lý thuyết về các con số đa chiều, được xây dựng vào những năm 1850 nhằm giải quyết những vấn đề toán học nội bộ; nó chính xác là yếu tố đặt nền tảng cho “cơ học ma trận” của lý thuyết lượng tử đột phá 70 năm sau đó. Và khi George Boole xây dựng một hệ thống chuyển logic thành đại số, mang tới cho chúng ta “đại số Boole”, ông không hề biết rằng mình đã cung cấp ngôn ngữ lập trình máy tính cho một thế kỷ sau đó.

Chỉ mới 50 năm trước, nhà toán học nổi tiếng người Anh G.H. Hardy đã viết rằng ông theo đuổi một thứ toán học không bị giới hạn bởi việc phải ép ý tưởng của mình “gắn với ứng dụng”. Quả thực ở thời đó, ông có thể thoải mái khi các lý thuyết số chưa cần ứng dụng thực tế. Ông hẳn khó hài lòng về tính biệt